CANPOINT®

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学 5

选择性必修第一册

RJB

主 编：肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

图书介绍

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

· 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。

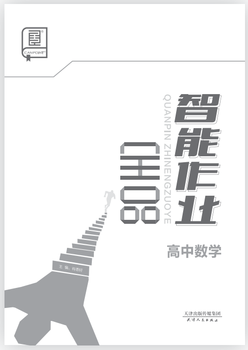
· 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。

· 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、探索新颖题目



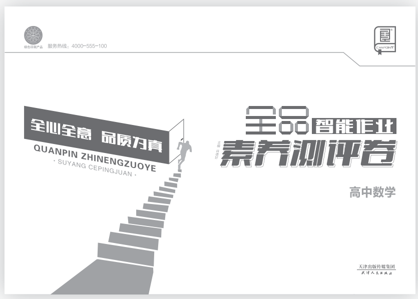
特点二 不断进行复习巩固，对常见题型进行总结

- 素养测评滚动——对知识进行阶段测评，验收每一阶段学习成果
- 热点题型探究——题型方法全面概括，解析本章热点题型

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷
阶段素养测评卷
——知识覆盖到位，有助查漏补缺

模块素养测评卷——覆盖全书知识，精准备战期末



精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，

助力同步高效学习！

CONTENTS 目录 全品智能作业·数学 RJB

素养测评卷

第一章　空间向量与立体几何

1.1　空间向量及其运算

1.1.1　空间向量及其运算

第 1 课时　空间向量的线性运算

基础夯实篇

1. 给出下列说法：

①空间中所有的单位向量都是相等的向量；

②方向相反的两个向量是相反向量；

③若空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$，且 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 同向，则 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$；

④零向量没有方向；

⑤对于任意空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，必有 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

其中说法正确的序号为　　(　　)

A. ①②③　　B. ⑤

C. ④⑤　　D. ①⑤

2. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 互为相反向量，且 $|\boldsymbol{b}|=3$，则下列结论正确的是　　(　　)

A. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 为实数 0

C. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同　　D. $|\boldsymbol{a}|=3$

3. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 为空间中的三个向量，则 $\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}(2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c})-(4\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c})\right]=$　　(　　)

A. $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$　　B. $2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$　　D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

4. [2023·河南商丘实验中学高二期中] 在四面体 $ABCD$ 中，F，E 分别为 AB，CD 的中点，$\overrightarrow{EM}=2\overrightarrow{MF}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{AM}=$　　(　　)

A. $-\frac{1}{6}\boldsymbol{a}-\frac{1}{6}\boldsymbol{b}-\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　　B. $-\frac{1}{6}\boldsymbol{a}-\frac{1}{6}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

C. $\frac{1}{6}\boldsymbol{a}+\frac{1}{6}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$　　D. $\frac{1}{6}\boldsymbol{a}+\frac{1}{6}\boldsymbol{b}-\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

5. 已知三棱锥 $A\text{-}BCD$ 中，E 是 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AE}-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})=$　　(　　)

A. $\overrightarrow{BD}$　　B. $\overrightarrow{DB}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$　　D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$

6. 对于空间中的非零向量 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{AC}$，有下列各式：

①$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$；②$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$；③$|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{AC}|$；④$|\overrightarrow{AB}|-|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$.

其中一定不成立的是________.(填序号)

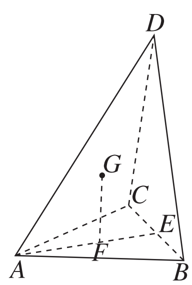
素养提能篇

7. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-5\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，则一定共线的三点是　　(　　)

A. A，B，D　　B. A，B，C

C. B，C，D　　D. A，C，D

8. [2023·贵州安顺高二期中] 如图，在四面体 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，F 是 AE 的中点，G 为△ACD 的重心，则 $\overrightarrow{FG}=$　　(　　)



A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

B. $-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

C. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

9. (多选题)在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，下列各式中运算结果为 $\overrightarrow{AC_1}$ 的是　　(　　)

A. $\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{D_1C_1}$

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{B_1C_1}$

D. $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{B_1C_1}$

10. (多选题)已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中, AC_1 的中点为 O,则下列互为相反向量的是 ( )

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB_1}+\overrightarrow{OC_1}$

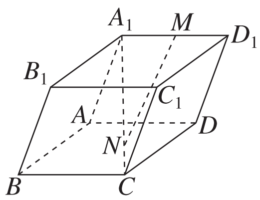
B. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OD_1}$

C. $\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OC_1}$

D. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OB_1}+\overrightarrow{OC_1}+\overrightarrow{OD_1}$

11. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 互相平行,其中 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}$ 同向,$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 反向,$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=2$,$|\boldsymbol{c}|=1$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$________.

12. 如图所示,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$,$M$ 是 A_1D_1 的中点,点 N 是 CA_1 上的点,且 $CN:NA_1=1:4$,则向量 $\overrightarrow{MN}=$____________(用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示).

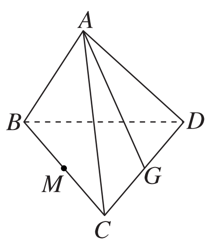


13. 如图所示,在三棱锥 $A\text{-}BCD$ 中,M,G 分别是 BC,CD 的中点,化简下列各式:

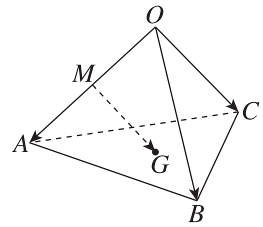
(1)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$;

(2)$\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BC})$;

(3)$\overrightarrow{AG}-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$.



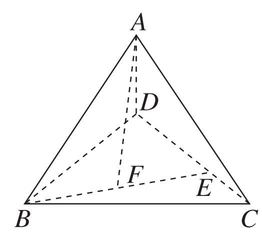
14. 如图,在四面体 $O\text{-}ABC$ 中, M 是 OA 的中点,点 G 为△ABC 的重心,用向量 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$ 表示向量 $\overrightarrow{MG}$.



思维训练篇

15. 设棱长为 a 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中的八个顶点所构成的集合为 S.向量的集合 $P=\{\boldsymbol{m}|\boldsymbol{m}=\overrightarrow{P_1P_2},P_1,P_2\in S\}$,则集合 P 中长度为$\sqrt{3}a$ 的向量有________个.

16. [2024·河南洛阳高二期末] 如图,在四面体 $ABCD$ 中,点 E 满足 $\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{DC}$,$F$ 为 BE 的中点,且 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$,求实数 λ 的值.



第 2 课时　空间向量的数量积

基础夯实篇

1. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{l},\boldsymbol{m}$ 均为空间内的非零向量，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c},\boldsymbol{l}=\alpha\boldsymbol{b}+\beta\boldsymbol{c}(\alpha,\beta\in\mathbf{R}),\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{a}$，则 $\boldsymbol{m}$ 与 $\boldsymbol{l}$ 一定　(　　)

A. 相交　　B. 共线

C. 垂直　　D. 以上都有可能

2. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是空间中任意的向量，且它们相互不共线，给出下列说法：

①$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}-(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$；

②$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$；

③$\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}^2\boldsymbol{a}$；

④$(3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=9|\boldsymbol{a}|^2-4|\boldsymbol{b}|^2$.

其中正确的说法是　(　　)

A. ①②　B. ②③　C. ③④　D. ②④

3. [2023·甘肃陇南高二期末] 已知 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+\lambda\boldsymbol{k},\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$（$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 为两两互相垂直的单位向量），若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $\lambda=$　(　　)

A. -1　B. 1　C. -2　D. 2

4. 已知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是夹角为 60° 的两个单位向量，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$ 与 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$ 的夹角是　(　　)

A. 60°　B. 120°　C. 30°　D. 90°

5. [2023·山西吕梁高二期中] 在四面体 $ABCD$ 中，$BC=1,BD=2,\angle ABC=90^\circ,\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DA}=-\sqrt{3}$，则 $\angle CBD=$________.

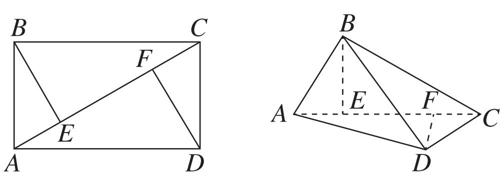
6. 向量 $\boldsymbol{a}$ 的模为 10，它与 x 轴正方向的夹角为 150°，则它在 x 轴正方向上的投影的数量为________.

素养提能篇

7. 正四面体 A-BCD 的棱长为 2，E,F 分别为 BC,AD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的值为　(　　)

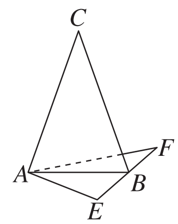
A. -2　B. 4　C. 2　D. 1

8. [2024·安徽宣城高二期中] 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，沿对角线 AC 将 $\triangle ABC$ 折起，当 $\cos\langle\overrightarrow{EB},\overrightarrow{FD}\rangle=-\dfrac{1}{3}$ 时，B 与 D 之间的距离为　(　　)



A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　B. $\sqrt{3}$　C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　D. $\sqrt{2}$

9. 如图，C 是平面 AEF 外一点，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 中，B 是 EF 的中点，$AB=2,EF=4,CA=CB=3$，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AF}=7$，则 $\overrightarrow{EF}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的余弦值为　(　　)



A. $\dfrac{2}{3}$　B. $\dfrac{1}{3}$　C. $\dfrac{1}{4}$　D. $\dfrac{1}{6}$

10. （多选题）[2023·沈阳高二期中] 已知空间单位向量 $\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC}$ 两两之间的夹角均为 60°，$\overrightarrow{PA}=2\overrightarrow{PE},\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BF}$，则下列说法中正确的是　(　　)

A. $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=1$

B. $\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC})=-\dfrac{1}{2}$

C. $|\overrightarrow{EF}|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\cos\langle\overrightarrow{AF},\overrightarrow{CP}\rangle=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

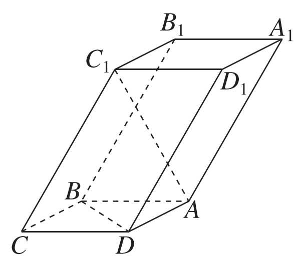
11. 已知四面体 O-ABC 中，$OB=OC$，且 $\angle AOB=\angle AOC=\dfrac{\pi}{3}$，则 $\cos\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\rangle$ 的值为________.

12. 在四面体 A-BCD 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BD}=$________.

13. 如图，在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，$AA_1=2$，$\angle A_1AB=\angle A_1AD=120^\circ$，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(1)求 $|\overrightarrow{AC_1}|$；

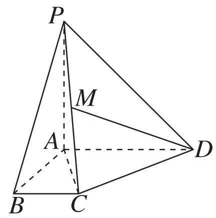
(2)求 $\overrightarrow{AA_1}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的值.



14. 如图所示,在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,底面为直角梯形,$AD\parallel BC$,$\angle BAD=90^\circ$,$PA\perp$ 底面 $ABCD$,且 $PA=AD=AB=2BC$,M 为 PC 的中点.

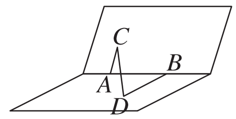
(1)求证:$\overrightarrow{PB}\perp\overrightarrow{DM}$;

(2)求 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{PD}$ 夹角的余弦值.



思维训练篇

15. 如图,在一个 120° 的二面角的棱上有两点 A,B,线段 AC,BD 分别在这个二面角的两个半平面内,且均与 AB 垂直,若 $AB=\sqrt{2}$,$AC=1$,$BD=2$,则 $|\overrightarrow{CD}|$ 为 ( )



A. 2　　B. 3

C. $2\sqrt{3}$　　D. 4

16. [2023·长沙高二期中] 已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2,球 O 是正方体的内切球,点 G 是内切球 O 表面上的一个动点,则 $\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}$ 的取值范围为 ( )

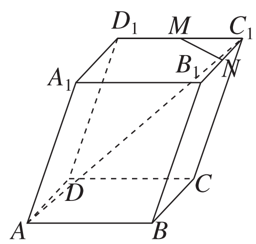
A. $[0,4]$　　B. $[2-2\sqrt{2},0]$

C. $[4,2+2\sqrt{2}]$　　D. $[2-2\sqrt{2},2+2\sqrt{2}]$

17. 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形,$\angle BAA_1=\angle DAA_1=\dfrac{\pi}{3}$,$AC_1=\sqrt{26}$.

(1)求 AA_1 的长度;

(2)若 M,N 分别为 D_1C_1,C_1B_1 的中点,求 $\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{MN}$ 的值.



1.1.2 空间向量基本定理

基础夯实篇

1. 已知 O,A,B,C 为空间中的四点，且向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 能构成空间向量的一组基底，则下列说法正确的是 ( )

A. $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 共线

B. $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 共线

C. $\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 共线

D. O,A,B,C 四点不共面

2. 若对于空间任意一点 O 和不共线的三点 A,B,C，都有 $6\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}$，则 ( )

A. 四点 O,A,B,C 必共面

B. 四点 P,A,B,C 必共面

C. 四点 O,P,B,C 必共面

D. 五点 O,P,A,B,C 必共面

3. 给出下列说法：

①若 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 可以作为空间向量的一组基底，$\boldsymbol{d}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线，$\boldsymbol{d}\neq\boldsymbol{0}$，则 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{d}\}$ 也可作为空间向量的一组基底；

②如果向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 与任何向量不能构成空间向量的一组基底，那么 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的关系是不共线；

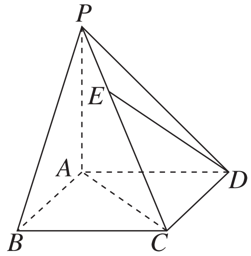
③已知 O,A,B,C 为空间中的四点，且向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 不能构成空间向量的一组基底，那么点 O,A,B,C 一定共面；

④已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是空间向量的一组基底，则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 也是空间向量的一组基底.

其中说法正确的个数是 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. [2023・安徽六安一中高二期中] 如图，四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的底面为平行四边形，E 在棱 PC 上且 $EC=2PE$，若 $\overrightarrow{DE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+z\overrightarrow{AP}$，则 $x+y+z=$ ( )



A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{5}{3}$

5. (多选题)下列说法中正确的有 ( )

A. 空间任意三个不共面的向量都可以作为一组基底

B. 已知向量 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则存在向量可以与 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 构成空间向量的一组基底

C. A,B,M,N 是空间四点，若 $\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BM}$，$\overrightarrow{BN}$ 不能构成空间向量的一组基底，则 A,B,M,N 共面

D. 已知 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间向量的一组基底，若 $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$，则 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{m}\}$ 也是空间向量的一组基底

6. [2023・上海格致中学高二期中] 已知四面体 $OABC$，空间的一点 P 满足 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$，若 P,A,B,C 共面，则实数 λ 的值为______.

素养提能篇

7. 已知 O,A,B,C 为空间中不共面的四点，且向量 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$，则不能与 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 构成空间向量的一组基底的是 ( )

A. $\overrightarrow{OA}$　　B. $\overrightarrow{OB}$

C. $\overrightarrow{OC}$　　D. $\overrightarrow{OA}$ 或 $\overrightarrow{OB}$

8. 对于空间任意一点 O 和不共线的三点 A,B,C，有 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$ $(x,y,z\in\mathbf{R})$，则"$x=2,y=-3,z=2$"是"P,A,B,C 四点共面"的 ( )

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. [2023・河南新乡高二期中] 若 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间向量的一组基底，则下列向量共面的是 ( )

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c},3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c},-3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

C. $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c},3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

D. $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},3\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

10. (多选题)已知三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$，P 为空间内一点，若 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BB_1}+\mu\overrightarrow{BC}$，其中 $\lambda,\mu\in[0,1]$，则 (　　)

A. 若 $\lambda=1$，则点 P 在棱 B_1C_1 上

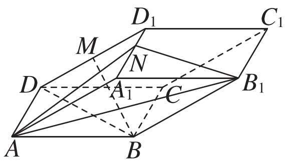
B. 若 $\lambda=\mu$，则点 P 在线段 BC_1 上

C. 若 $\lambda=\mu=\dfrac{1}{2}$，则 P 为棱 CC_1 的中点

D. 若 $\lambda+\mu=1$，则点 P 在线段 B_1C 上

11. 在正四面体$A\text{-}BCD$ 中，M,N 分别为棱 BC,AB 的中点，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$，用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{DM}$，则 $\overrightarrow{DM}=$__________，异面直线 DM 与 CN 所成角的余弦值为________.

12. 在如图所示的平行六面体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $AB=AA_1=AD=1$，$\angle BAD=\angle DAA_1=60°$，$\angle BAA_1=30°$，$N$ 为 A_1D_1 上一点，且 $A_1N=\lambda A_1D_1$. 若 $BD\perp AN$，则 λ 的值为________；若 M 为棱 DD_1 的中点，BM∥平面 AB_1N，则 λ 的值为________.

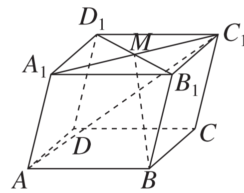


13. 已知 $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 是空间向量的一组基底，且 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3$，$\overrightarrow{OB}=-3\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2+2\boldsymbol{e}_3$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3$，试判断$\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$能否作为空间向量的一组基底？若能，试以此基底表示向量 $\overrightarrow{OD}=2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_3$；若不能，请说明理由.

14. 如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$\angle A_1AB=\angle A_1AD=\angle BAD=60°$，$AB=AD=AA_1=1$，$M$ 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{BM}$ 和 $\overrightarrow{AC_1}$；

(2)求 $\cos\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC_1}\rangle$.



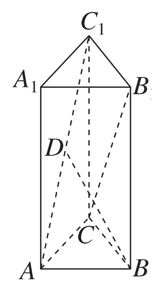
思维训练篇

15. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 和 N 分别是正方形 $ABCD$ 和正方形 BB_1C_1C 的中心，若点 P 满足 $\overrightarrow{DP}=m\overrightarrow{DA}+n\overrightarrow{DM}+k\overrightarrow{DN}$，其中 $m,n,k\in\mathbf{R}$，且 $m+n+k=1$，则点 P 可以是正方体表面上__________上的点.

16. 如图，正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧棱长为 4，底面边长为 2，D 为 AC_1 的中点.

(1)用 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AA_1}$ 表示向量 $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{B_1C}$.

(2)线段 CB_1 上是否存在一点 E，使得 $BD\perp AE$？若存在，求$|\overrightarrow{AE}|$；若不存在，请说明理由.



1.1.3 空间向量的坐标与空间直角坐标系

第 1 课时 空间向量运算的坐标表示

基础夯实篇

1. 若 $\boldsymbol{a}=(2,3,-1)$，$\boldsymbol{b}=(2,0,3)$，$\boldsymbol{c}=(0,2,2)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=$ （　　）

A. $(4,6,-5)$　　B. 5

C. 7　　D. 36

2. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，已知 $\boldsymbol{a}=(x,1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,y,1)$，$\boldsymbol{c}=(2,-4,2)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$ （　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{10}$

C. 3　　D. 4

3. 空间向量 $\boldsymbol{a}=(0,1,-1)$ 在 $\boldsymbol{b}=(1,2,3)$ 上的投影向量为 （　　）

A. $-\dfrac{1}{14}\boldsymbol{b}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{14}}{14}\boldsymbol{b}$

C. $-\dfrac{1}{14}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{14}}{14}$

4. （多选题）下列各组向量中，互相平行的有 （　　）

A. $\boldsymbol{a}=(1,2,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-2,3)$

B. $\boldsymbol{a}=(8,4,-6)$，$\boldsymbol{b}=(4,2,-3)$

C. $\boldsymbol{a}=(0,1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(0,3,-3)$

D. $\boldsymbol{a}=(-3,2,0)$，$\boldsymbol{b}=(4,-3,3)$

5. 一个向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 $(1,2,3)$，则 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 ____________.

6. 已知 $\boldsymbol{a}=(2,1,3)$，$\boldsymbol{b}=(-4,2,x)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$ ________.

素养提能篇

7. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,1)$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{13}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 （　　）

A. $\dfrac{5\pi}{6}$　　B. $\dfrac{2\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$

8. ［2023・广东惠州高二期中］在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，向量 $\boldsymbol{a}$ 在基底 $\{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA_1}\}$ 下的坐标为 $\{2,1,-3\}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在基底 $\{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}\}$ 下的坐标为 （　　）

A. $(2,1,-3)$　　B. $(-1,2,-3)$

C. $(1,-8,9)$　　D. $(-1,8,9)$

9. 已知 $\boldsymbol{a}=(2,-1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,2,1)$，则以 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的面积为 （　　）

A. $\sqrt{65}$　　B. $\dfrac{\sqrt{65}}{2}$

C. 4　　D. 8

10. ［2023・江西井冈山中学高二月考］已知 $\overrightarrow{PA}=(2,1,-3)$，$\overrightarrow{PB}=(-1,2,3)$，$\overrightarrow{PC}=(\lambda,6,-9)$，若 P,A,B,C 四点共面，则 $\lambda=$ （　　）

A. 3　　B. -3

C. 7　　D. -7

11. （多选题）已知 $\boldsymbol{a}=(2,4,x)$，$\boldsymbol{b}=(2,y,2)$，若 $|\boldsymbol{a}|=6$ 且 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则 $x-y$ 的值可以是 （　　）

A. -3　　B. 7

C. 1　　D. -5

12. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,-1,1)$，$\boldsymbol{b}=(4,1,0)$，$|\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{29}$，且 $\lambda>0$，则 $\lambda=$ ________.

13. 已知空间三点 $A(-2,0,2)$，$B(-1,1,2)$，$C(-3,0,4)$，设 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}$.

(1)求 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值；

(2)若向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $k\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 互相垂直，求 k 的值.

14. 已知单位向量 $\boldsymbol{m}$,$\boldsymbol{n}$,且$|\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}|=\sqrt{3}$.

(1)求向量 $\boldsymbol{m}$,$\boldsymbol{n}$ 的夹角;

(2)求$|2\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}|$的值;

(3)若向量 $2\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ 与向量 $\boldsymbol{m}+k\boldsymbol{n}$ 垂直,求实数 k 的值.

思维训练篇

15. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(x,2,-4)$,$\boldsymbol{b}=(-1,y,3)$,$\boldsymbol{c}=(1,-2,z)$,且 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 两两垂直,则$(x,y,z)=$____________.

16. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2,-1,2)$,$\boldsymbol{b}=(-1,1,2)$,$\boldsymbol{c}=(x,2,2)$.

(1)当$|\boldsymbol{c}|=2\sqrt{2}$时,若向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 垂直,求实数 x 和 k 的值;

(2)若向量 $\boldsymbol{c}$ 与向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 共面,求实数 x 的值.

第2课时　空间直角坐标系

基础夯实篇

1. 已知三点 $P_1(1,1,0)$，$P_2(0,1,1)$ 和 $P_3(1,0,1)$，O 是坐标原点，则 $|\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+\overrightarrow{OP_3}|=$ (　　)

A. 2　　B. 4

C. $2\sqrt{3}$　　D. 12

2. 已知 $A(1,-2,0)$ 和向量 $\boldsymbol{a}=(-3,4,12)$，且 $\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{a}$，则点 B 的坐标为 (　　)

A. $(-7,10,24)$

B. $(7,-10,-24)$

C. $(-6,8,24)$

D. $(-5,6,24)$

3. 在空间直角坐标系中，点 $A(10,4,-2)$ 关于点 $M(0,3,-5)$ 对称的点的坐标是 (　　)

A. $(-10,2,8)$　　B. $(-10,3,-8)$

C. $(5,2,-8)$　　D. $(-10,2,-8)$

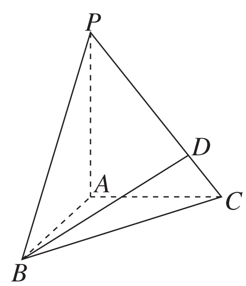
4. ［2023·石家庄高二期中］如图，在三棱锥 P-ABC 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$AB\perp AC$，且 $\overrightarrow{PD}=3\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{BD}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为 (　　)

A. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

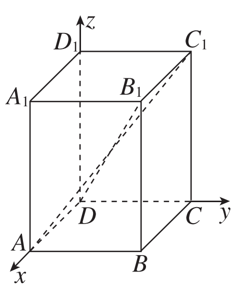
B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$



5. 如图，以长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴，建立空间直角坐标系，若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(2,3,4)$，则 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为________.



6. 已知两点 $P(3,1,a)$，$Q(3,b,2)$ 关于坐标平面 xOy 对称，其中 O 为坐标原点，则 $a+b=$ ________.

素养提能篇

7. 已知 $A(3,0,-1)$，$B(0,-2,-6)$，$C(2,4,-2)$，则△ABC 是 (　　)

A. 等边三角形　　B. 等腰三角形

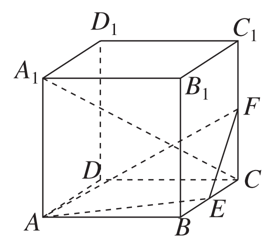
C. 直角三角形　　D. 以上都不对

8. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，$O(0,0,0)$，$E(2\sqrt{2},0,0)$，$F(0,2\sqrt{2},0)$，B 为 EF 的中点，C 为空间一点且满足 $|\overrightarrow{CO}|=|\overrightarrow{CB}|=3$，若 $\cos\langle\overrightarrow{EF},\overrightarrow{BC}\rangle=\frac{1}{6}$，则 $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OF}=$ (　　)

A. 9　　B. 7

C. 5　　D. 3

9. ［2023·海口一中高二期中］如图，在棱长为3的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F 分别是棱 BC，CC_1 的中点，若直线 A_1C 与平面 AEF 交于点 M，则线段 D_1M 的长度为 (　　)



A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$　　B. 2

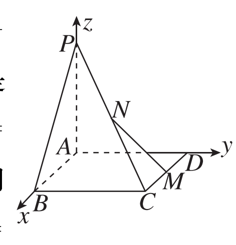
C. $\sqrt{5}$　　D. 3

10. (多选题)已知 $M(1,2,3)$，$N(2,3,4)$，$P(-1,2,-3)$，若 $|\overrightarrow{PQ}|=3|\overrightarrow{MN}|$ 且 $\overrightarrow{PQ}/\!/\overrightarrow{MN}$，则 Q 点的坐标可能为 (　　)

A. $(2,5,0)$　　B. $(-4,-1,-6)$

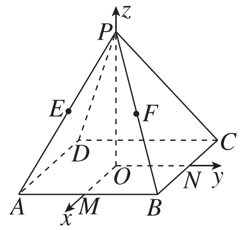
C. $(3,4,1)$　　D. $(-3,-2,-5)$

11. 已知 PA 垂直于正方形 $ABCD$ 所在的平面，M，N 分别是 CD，PC 的中点，并且 $PA=AD=1$. 在如图所示的空间直角坐标系中，$|\overrightarrow{MN}|=$ ________.

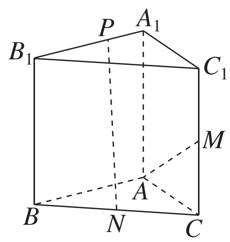


12. 已知△ABC 三个顶点的坐标分别为 $A(1,2,3)$，$B(2,-1,5)$，$C(3,2,-5)$，则△ABC 的面积为________，△ABC 中 AB 边上的高为________.

13. 如图,过正方形 $ABCD$ 的中心 O 作 $OP\perp$ 平面 $ABCD$,已知正方形的边长为 2,$OP=2$,连接 AP,BP,CP,DP,M,N 分别是 AB,BC 的中点,以 O 为原点,$\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON},\overrightarrow{OP}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向建立空间直角坐标系.若 E,F 分别为 PA,PB 的中点,求 A,B,C,D,E,F 的坐标.



14. 如图,在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,侧棱与底面垂直,且 $AA_1=AB=AC=2$,$AB\perp AC$,M,N 分别是 CC_1,BC 的中点,点 P 在棱 A_1B_1 上,且 $\overrightarrow{A_1P}=\lambda\overrightarrow{PB_1}$.求证:无论 λ 取何值,总有 $AM\perp PN$.



思维训练篇

15. 已知长方体 $A_1A_2A_3A_4\text{-}B_1B_2B_3B_4$ 的底面是边长为 1 的正方形,高为 2,则集合 $\{x\mid x=\overrightarrow{A_1B_2}\cdot\overrightarrow{A_iB_j},i\in\{1,2,3,4\},j\in\{1,2,3,4\}\}$ 中元素的个数为 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

16. 已知点 $A(0,1,2)$,$B(1,-1,3)$,$C(1,5,-1)$.

(1)若 D 为线段 BC 的中点,求线段 AD 的长;

(2)若 $\overrightarrow{AD}=(2,a,1)$,且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=1$,求 a 的值,并求此时向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的夹角的余弦值.

素养测评滚动（一）［范围 1.1］

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题：本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

1. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 均为空间单位向量，且它们的夹角为 $60°$，那么 $|\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}|$ 等于（　）

A. $\sqrt{7}$　　B. $\sqrt{10}$

C. $\sqrt{13}$　　D. 4

2. 下列条件中，使 M 与 A,B,C 一定共面的是（　）

A. $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

B. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\mathbf{0}$

D. $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$

3. ［2024·上海复旦中学高二期末］以下说法正确的是（　）

A. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$，则 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 是钝角

B. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则存在唯一的实数 λ，使 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$

C. 对空间任意一点 O 和不共线的三点 A,B,C，若 $\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-3\overrightarrow{OC}$，则 P,A,B,C 四点共面

D. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是空间向量的一组基底，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}$ 也是空间向量的一组基底

4. 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线长都等于 1，点 F,G 分别是 AD,DC 的中点，则 $\overrightarrow{FG}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. ［2024·广东佛山高二期末］在棱长为 2 的正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中，点 E 是 CC' 的中点. 设 $\overrightarrow{AE}$ 在 $\overrightarrow{A'D}$ 上的投影向量为 $\boldsymbol{a}$，则 $|\boldsymbol{a}|=$（　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

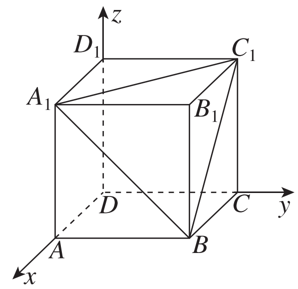
6. 正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 的棱长为 2，点 M 为棱 DD' 上一点，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}$ 的最小值为（　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分.

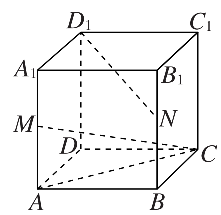
7. 如图，已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，以 D 为原点，$\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向，建立空间直角坐标系，则以下坐标表示的点在平面 A_1BC_1 内的是（　）



A. $(2,1,1)$　　B. $\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$

C. $(1,1,1)$　　D. $(-2,3,3)$

8. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M,N 分别是棱 AA_1 和 BB_1 的中点，则下列结论正确的是（　）



A. $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{D_1N}$

B. $\overrightarrow{MC}\perp\overrightarrow{D_1N}$

C. $\overrightarrow{MC}\cdot(\overrightarrow{A_1B_1}-\overrightarrow{A_1D_1})=0$

D. $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{AD}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

9. 从空间一点 P 发出三条不共面的射线 PA,PB,PC，在 $\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC}$ 上分别取 $\overrightarrow{PQ}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{PR}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{PS}=\boldsymbol{c}$，点 G 在 PQ 上，且满足 $PG=2GQ$，H 为 RS 的中点，则 $\overrightarrow{GH}=$________.（用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示）

10. 已知 H 为四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的棱 PC 的三等分点，且 $PH=\frac{1}{2}HC$，点 G 在 AH 上，$AG=mAH$，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，若 G,B,P,D 四点共面，则实数 m 的值为________.

11. 在四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为正方形，$AB=AD=SA=1$，且 $SA\perp$ 底面 $ABCD$，则向量 $\overrightarrow{CS}$ 在平面 $ABCD$ 上的投影向量是________，$\overrightarrow{CS}\cdot\overrightarrow{AB}=$________.

四、解答题:本题共 3 小题,共 43 分.

12. (13 分)已知向量$\boldsymbol{a}=(1,1,0)$,$\boldsymbol{b}=(-1,0,2)$.

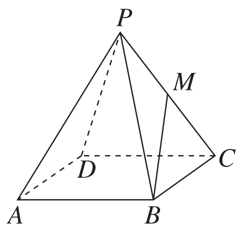
(1)若$(\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b})/\!/(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,求实数 k 的值;

(2)若向量 $\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 所成的角为锐角,求实数 k 的取值范围.

13. (15 分)如图,在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,$PM=MC$,$PA=2AD=2$,且$\angle PAB=\angle PAD=60°$,底面 $ABCD$ 为正方形.

(1)设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AP}=\boldsymbol{c}$,试用 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{BM}$;

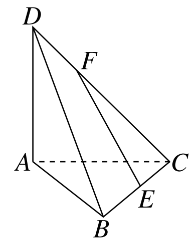
(2)求 BM 的长度.



14. (15 分)[2024·河北保定高二期末] 如图,在四面体 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$,$E$ 为 BC 的中点,F 在 CD 上,且 $CF=2FD$.

(1)用 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{EF}$;

(2)已知$\angle BAD=\angle CAD=\frac{\pi}{2}$,$\angle CAB=\frac{\pi}{3}$,$AB=AD=AC=2$,求 EF 的长度.



1.2　空间向量在立体几何中的应用

1.2.1　空间中的点、直线与空间向量

第1课时　空间中点、直线的向量表示

基础夯实篇

1. 已知一条直线经过 $A(2,3,2)$，$B(-1,0,5)$两点，下列向量中不是该直线的方向向量的为（　　）

A. $(1,1,1)$　　B. $(-1,-1,1)$

C. $(-3,-3,3)$　　D. $(1,1,-1)$

2. 已知两条不重合的直线 l_1 和 l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{v}_1=(1,0,-1)$，$\boldsymbol{v}_2=(-2,0,2)$，则 l_1 与 l_2 的位置关系是（　　）

A. 平行　　B. 相交

C. 垂直　　D. 不确定

3. 已知直线 l 与 xOy 平面的交点坐标是$(3,1,0)$，与 z 轴的交点坐标是$(0,0,\sqrt{6})$，则直线 l 的一个单位方向向量是（　　）

A. $(3,1,-\sqrt{6})$　　B. $\left(\frac{3}{4},\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{6}}{4}\right)$

C. $(-3,-1,\sqrt{6})$　　D. $\left(-\frac{3}{4},-\frac{\sqrt{6}}{4},\frac{1}{4}\right)$

4. 已知直线 l_1，l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，且 $\boldsymbol{a}=(\lambda+1,0,2)$，$\boldsymbol{b}=(6,2\mu-1,2\lambda)$，若 $l_1/\!/l_2$，则 λ 与 μ 的值可以分别是（　　）

A. $2,\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{3},\frac{1}{2}$

C. $-3,2$　　D. $2,2$

5. 在空间直角坐标系中，$A(1,2,3)$，$B(-1,0,5)$，$C(3,0,4)$，$D(4,1,3)$，则直线 AB 与 CD 的位置关系是（　　）

A. 平行

B. 垂直

C. 相交但不垂直

D. 无法确定

6. 已知 $A(1,1,-1)$，$B(2,3,1)$，设直线 AB 的方向向量为 $\boldsymbol{a}$，且$|\boldsymbol{a}|=1$，则 $\boldsymbol{a}=$______________.

素养提能篇

7. 已知点 $A(4,1,3)$，$B(2,-5,1)$，C 为线段 AB 上一点，且 $AC=\frac{1}{3}AB$，则点 C 的坐标为（　　）

A. $\left(\frac{7}{2},-\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{3}{8},-3,2\right)$

C. $\left(\frac{10}{3},-1,\frac{7}{3}\right)$　　D. $\left(\frac{5}{2},-\frac{7}{2},\frac{3}{2}\right)$

8. 从点 $A(2,-1,7)$沿向量 $\boldsymbol{a}=(8,9,-12)$的方向取线段长$|\overrightarrow{AB}|=34$，则点 B 的坐标为（　　）

A. $(18,17,-17)$　　B. $(-14,-19,17)$

C. $\left(6,\frac{7}{2},1\right)$　　D. $\left(-2,-\frac{11}{2},13\right)$

9. 已知直线 l_1 和 l_2 不重合，$\boldsymbol{d}_1$，$\boldsymbol{d}_2$ 分别是 l_1，l_2 的方向向量，则“$\boldsymbol{d}_1=\boldsymbol{d}_2$”是“$l_1/\!/l_2$”的（　　）

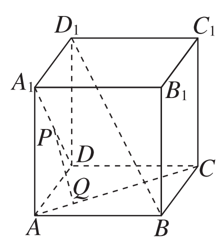
A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，PQ 与直线 A_1D 和 AC 都垂直，则直线 PQ 与 BD_1 的关系是（　　）



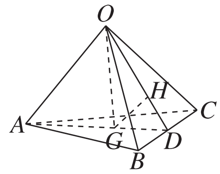
A. 异面　　B. 平行

C. 垂直不相交　　D. 垂直且相交

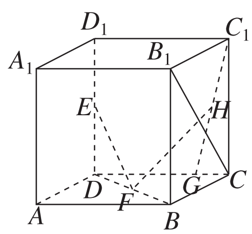
11. 已知直线 l 经过 $A(3,2,1)$，$B(2,2,2)$两点，且 $\boldsymbol{a}=(x,y,z)$是直线 l 的一个单位方向向量，则 $\boldsymbol{a}=$______________.

12. 已知 O 为坐标原点，在四面体 $OABC$ 中，$A(0,3,5)$，$B(1,2,0)$，$C(0,5,0)$，直线$AD/\!/BC$，并且 AD 交坐标平面 xOz 于点 D，则点 D 的坐标为________.

13. 如图所示,在三棱锥 O-ABC 中,G,H 分别是 $\triangle ABC$,$\triangle OBC$ 的重心,设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,$D$ 为 BC 的中点.以$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$为空间的一组基底,求直线 OG 和 GH 的一个方向向量.



14. 如图,在棱长为 1 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中,E,F 分别是 DD_1,DB 的中点,点 G 在棱 CD 上,且 $CG=\frac{1}{4}CD$,H 是 C_1G 的中点,建立适当的空间直角坐标系,求直线 B_1C,EF,C_1G,FH 的一个方向向量.



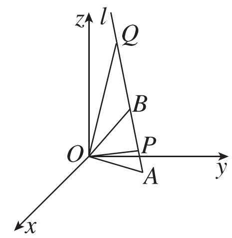
思维训练篇

15. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{m}=(2,-1,3)$,且直线 l 过 $A(0,y,3)$和 $B(-1,2,z)$两点,则 $y-z=$ ( )

A. 0　　B. 2

C. $\frac{1}{2}$　　D. 3

16. 已知点 $A(2,4,0)$,$B(1,3,3)$,如图,以 $\overrightarrow{AB}$ 的方向为正向,在直线 AB 上建立一条数轴,P,Q 为数轴上的两点,且 $AP:PB=1:2$,$AQ:QB=2:1$,求点 P 和点 Q 的坐标.



第2课时　空间中两条直线所成的角与异面直线

基础夯实篇

1. 若直线 l_1,l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}=(1,2,-2)$，$\boldsymbol{b}=(-2,3,2)$，则（　）

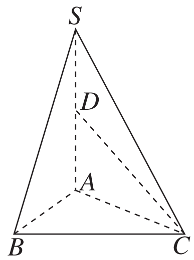
A. $l_1 /\!/ l_2$

B. $l_1 \perp l_2$

C. l_1,l_2 相交但不垂直

D. 不能确定

2. 如图，在三棱锥 $S\text{-}ABC$ 中，$SA\perp$ 底面 ABC，$AB\perp AC$，$SA=AC=2$，$AB=1$，D 为棱 SA 的中点，则异面直线 SB 与 DC 所成角的余弦值为（　）



A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

3. ［2023·山东临沂高二期中］在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp AC$，$AB=AC=\frac{1}{2}AA_1=1$，则异面直线 B_1C 与 A_1B 所成角的余弦值为（　）

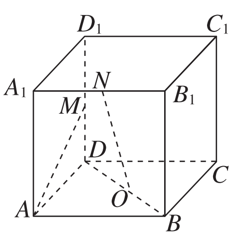
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$

4. 若直线 m,n 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}=(1,\lambda,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,-1,-2)$，且 m 与 n 的夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$，则 λ 等于（　）

A. $-\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$

C. $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$　　D. 2

5. 如图所示，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是底面正方形 $ABCD$ 的中心，M 是 D_1D 的中点，N 是 A_1B_1 的中点，则直线 NO,AM 的位置关系是（　）



A. 平行　　B. 相交

C. 异面垂直　　D. 异面不垂直

6. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}=(1,-2,0)$，则以$(2,1,1)$为起点，且垂直于直线 l 的单位向量的一个终点坐标为________.

素养提能篇

7. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，若 E 为 A_1C_1 的中点，则下列直线中与直线 CE 垂直的是（　）

A. AC　　B. BD　　C. A_1D　　D. A_1A

8. 在棱长为3的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 AA_1 的中点，F 为 C_1D_1 上靠近 D_1 的三等分点，则异面直线 A_1B 与 EF 所成角的余弦值为（　）

A. $\frac{1}{14}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{14}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{14}$　　D. $\frac{1}{7}$

9. 在四面体 $A\text{-}BCD$ 中，AB,BC,BD 两两垂直，且 $AB=BC=1$，点 E 是 AC 的中点，异面直线 AD 与 BE 所成的角为 θ，且 $\cos\theta=\frac{\sqrt{10}}{10}$，则该四面体的体积为（　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{8}{3}$

10. （多选题）［2023·成都树德中学高二月考］在正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1=1$，点 M 是线段 AB_1 的中点，点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BB_1}$，其中 $\lambda\in[0,1]$，$\mu\in[0,1]$，则（　）

A. 当 $\mu=0$ 时，有且仅有一个点 P，使得 $B_1P /\!/ BM$

B. 当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，有且仅有两个点 P，使得 $A_1P\perp BP$

C. 当 $BC_1\perp AP$ 时，有 $\lambda+\mu=\frac{1}{2}$

D. 当 $\lambda=0$ 时，过点 P 且与直线 AB 和直线 B_1C_1 所成角都是60°的直线有四条

11. 已知点 A,B,C 的坐标分别为$(0,1,0)$，$(-1,0,-1)$，$(2,1,1)$，点 P 的坐标为$(x,0,z)$，若 $PA\perp AB$，$PA\perp AC$，则 P 点的坐标为________.

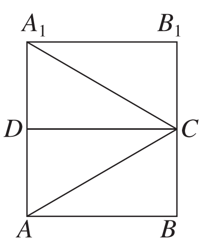
12. 在棱长为2的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是底面 $ABCD$ 的中心，E,F 分别是 CC_1,AD 的中点，则异面直线 OE 和 FD_1 所成的角的余弦值为________.

13. 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=4$,$BC=BB_1=2$,E,F 分别是矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 与正方形 B_1BCC_1 的中心,求异面直线 AF 与 BE 所成角的余弦值.

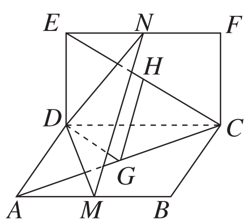
14. [2023 · 沈阳高二期中] 如图①,在矩形 ABB_1A_1 中,$AA_1=2$,$AB=\sqrt{3}$,C,D 分别为 BB_1,AA_1 的中点,现将矩形 CDA_1B_1 沿 CD 折至 $CDEF$ 的位置,使得平面 $CDEF\perp$平面 $ABCD$,M,N,G,H 分别为 AB,EF,AC,EC 的中点,如图②所示.

(1)证明:GH//平面 DMN.

(2)在线段 EC 上是否存在点 Q,使得 $AQ\perp DG$?若存在,求出$\dfrac{EQ}{QC}$的值;若不存在,请说明理由.



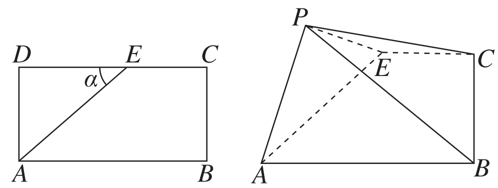
①



②

思维训练篇

15. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,E 为线段 CD 上一动点(不含端点),记$\angle AED=\alpha$,现将$\triangle ADE$ 沿直线 AE 翻折到$\triangle APE$ 的位置,记直线 CP 与直线 AE 所成的角为β,则 ( )



A. $\cos\alpha>\cos\beta$　　B. $\cos\alpha<\cos\beta$

C. $\cos\alpha>\sin\beta$　　D. $\sin\alpha<\cos\beta$

16. 如图,正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的各棱长都为 1,M 为底面 BC 边的中点,N 为侧棱 CC_1 上的点.

(1)当$\dfrac{CN}{CC_1}$为何值时,$MN\perp AB_1$?

(2)在棱 A_1C_1 上是否存在点 D,使 MD//平面 A_1B_1BA?若存在,求出点 D 的位置;若不存在,请说明理由.